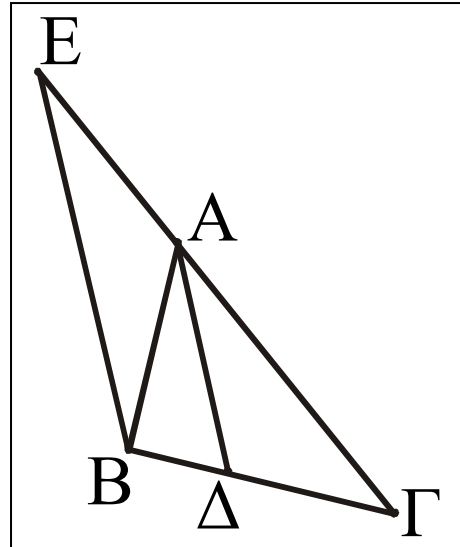


**ΘΕΜΑ 1ο (Θεώρημα εσωτερικής διχοτόμου)**

- A.** Έστω  $A\Delta$  η διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$  ενός τριγώνου  $AB\Gamma$ . Από το  $B$  φέρνουμε την παράλληλη προς την  $A\Delta$  και έστω  $E$  το σημείο τομής της με την ευθεία  $A\Gamma$ .



- α) Να εφαρμόσετε το θεώρημα του Θαλή στο τρίγωνο  $\Gamma BE$ , για τις παράλληλες ευθείες  $A\Delta$  και  $BE$ .

Μονάδες 5

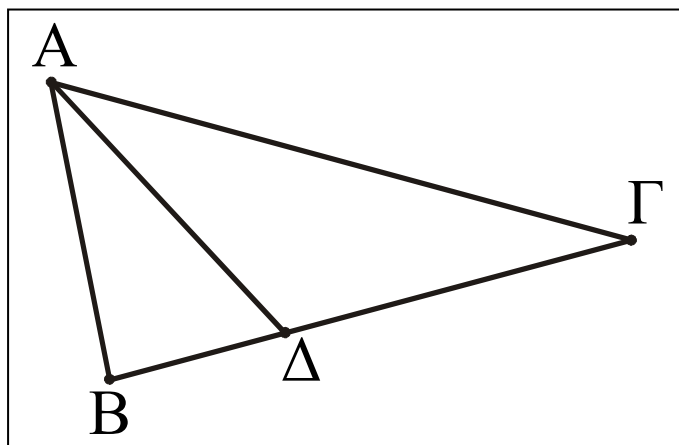
- β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $ABE$  είναι ισοσκελές.

Μονάδες 4

- γ) Να αποδείξετε ότι  $\frac{\Delta B}{\Delta \Gamma} = \frac{AB}{A\Gamma}$ .

Μονάδες 3,5

Β.α) Στο διπλανό τρίγωνο  $AB\Gamma$  η  $A\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A}$ .  
 Αν  $B\Delta = 3$ ,  $\Delta\Gamma = 6$  και  $A\Gamma = 10$ , τότε η πλευρά  $AB$  είναι ίση με:

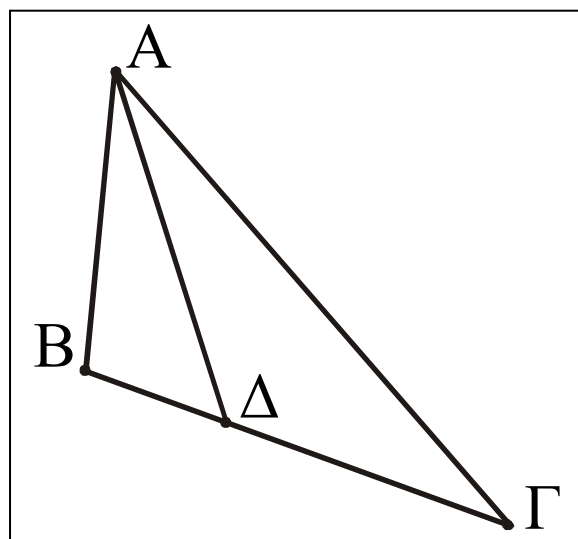


- A. 3,      B. 6,      Γ. 4,      Δ. 5,      Ε. 7.  
 Μονάδες 6,5

β) Στο διπλανό τρίγωνο  $AB\Gamma$  η  $A\Delta$  είναι διχοτόμος της

γωνίας  $\hat{A}$ . Αν  $AB = 4$ ,  $B\Gamma = 6$  και  $A\Gamma = 8$ , τότε:

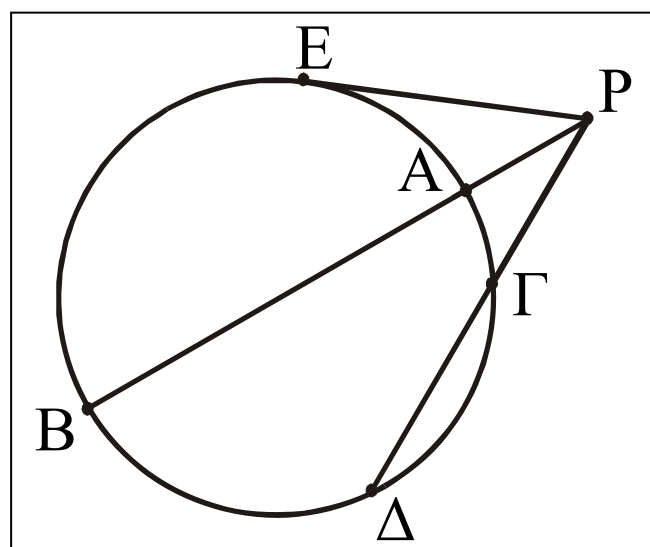
- A.  $\Delta B = 1$  και  $\Delta\Gamma = 5$   
 B.  $\Delta B = 5$  και  $\Delta\Gamma = 1$   
 Γ.  $\Delta B = 3$  και  $\Delta\Gamma = 3$   
 Δ.  $\Delta B = 2$  και  $\Delta\Gamma = 4$   
 Ε.  $\Delta B = 4$  και  $\Delta\Gamma = 2$



Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ 2ο**

Στο διπλανό σχήμα το τμήμα  $PE$  είναι εφαπτόμενο του κύκλου και οι  $PB$  και  $P\Delta$  τέμνουσες αυτού. Αν  $AB = 9$ ,  $P\Gamma = 4$  και  $\Gamma\Delta = 5$ , τότε:



α) Να υπολογίσετε το PA

Μονάδες 15

β) Το PE είναι ίσο με:

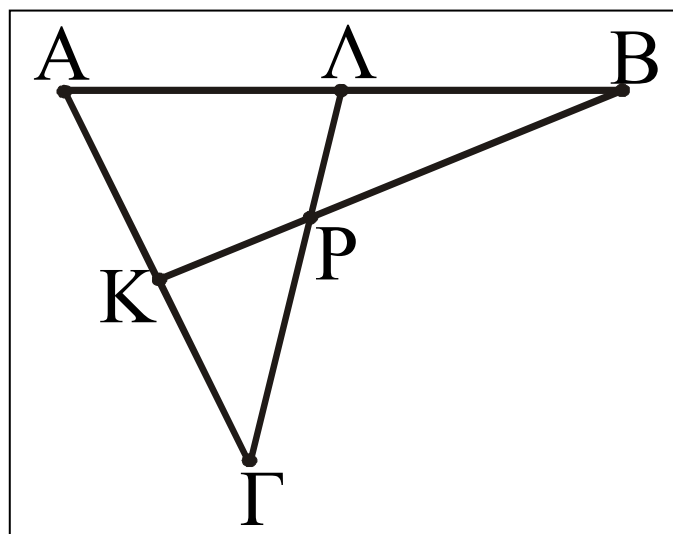
A. 9, B. 5, Γ. 4, Δ. 3, Ε. 6.

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ 3ο**

Στο διπλανό σχήμα τα σημεία K και Λ είναι μέσα των τμημάτων AG και AB αντιστοίχως.

Να δείξετε ότι:



α) Ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων AKB και AΛΓ είναι ίσος με 1.

Μονάδες 15

β) Αν P είναι το σημείο τομής των ΛΓ και KB, τότε τα τρίγωνα BΛP και KΓP έχουν ίσα εμβαδά.

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ 4ο**

α) Ένας τετραγωνικός κήπος έχει πλευρά  $40\sqrt{2}$  μέτρα. Στις τέσσερις κορυφές των γωνιών του κήπου τοποθετούνται περιστρεφόμενοι μηχανισμοί ποτίσματος που έχουν τη δυνατότητα να ποτίζουν κυκλικές περιοχές (κυκλικούς δίσκους) ακτίνας 25 μέτρων. Να βρείτε το

εμβαδόν του κήπου που δεν ποτίζεται, όταν λειτουργούν και οι τέσσερις μηχανισμοί ταυτόχρονα.

Μονάδες 8

β) Ένας πέμπτος μηχανισμός, που τοποθετείται στο κέντρο του κήπου και ποτίζει μία κυκλική περιοχή αυτού, λειτουργεί ταυτόχρονα με τους άλλους τέσσερις. Ποια είναι η ακτίνα της μεγαλύτερης κυκλικής περιοχής που πρέπει να ποτίζει ο κεντρικός μηχανισμός έτσι, ώστε καμιά περιοχή του κήπου να μην ποτίζεται από δύο ή περισσότερους μηχανισμούς;

Μονάδες 5

γ) Πόσο είναι το εμβαδόν του κήπου που παραμένει απότιστο στην περίπτωση β);

Μονάδες 5

δ) Ποια είναι η ακτίνα της μικρότερης κυκλικής περιοχής που πρέπει να ποτίζει ο κεντρικός μηχανισμός έτσι, ώστε καμιά περιοχή του κήπου να μη μένει απότιστη, όταν λειτουργούν και οι πέντε μηχανισμοί ταυτόχρονα;

Μονάδες 7

**Σημείωση :** Για τις ερωτήσεις **1.Β.α)**, **1.Β.β)** και **2.β)** να γράψετε τον αριθμό της κάθε ερώτησης στο τετράδιό σας και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

## ΑΡΧΗ 5ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

### **ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας μόνο στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά την 10.30' πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**