

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2000
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ : ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1ο

A1. Σε κάθε τρίγωνο $ΑΒΓ$ με διάμεσο $ΑΜ$ να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών του ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών, αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς, δηλαδή

$$ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = 2ΑΜ^2 + \frac{ΒΓ^2}{2}$$

Μονάδες 10

A2. Σε τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΑΒ < ΑΓ$ να συμπληρώσετε τη σχέση
 $ΑΓ^2 - ΑΒ^2 = \dots\dots\dots$
ώστε να εκφράζει το δεύτερο θεώρημα των διαμέσων.

Μονάδες 2,5

B. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα **B1** και **B2**.

B1. Σε τρίγωνο $ΑΒΓ$ δίνονται: $\beta=8$, $\gamma=6$ και $\mu_\alpha=5$. Η πλευρά α είναι ίση με:

- A. 7 B. 4 Γ. 10 Δ. 9 E. 11

Μονάδες 6,5

B2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\alpha=4$, $\beta=7$, $\gamma=5$, AD το ύψος και AM η διάμεσος. Η προβολή DM της διαμέσου AM πάνω στη πλευρά α είναι ίση με:

- A. 4 B. 8 Γ. $8/3$ Δ. 5 E. 3

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $AB//\Gamma\Delta$, $AB < \Gamma\Delta$, $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB=4$, $A\Delta=3$, $B\Gamma=5$.

Να υπολογίσετε:

α) την προβολή της $B\Gamma$ πάνω στην $\Delta\Gamma$

Μονάδες 9

β) το εμβαδόν του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$

Μονάδες 9

γ) το εμβαδόν του τριγώνου $\Delta B\Gamma$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Σε κύκλο (O,R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά $AB=15$.

Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα R του κύκλου

Μονάδες 6

β) το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (O,R)

Μονάδες 6

γ) το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ
Μονάδες 6

δ) το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον κύκλο και το ισόπλευρο τρίγωνο.
Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται κύκλος (Ο, R) και μια διάμετρος του ΑΒ. Από ένα σημείο Μ του κύκλου, διαφορετικό των Α και Β, φέρουμε κάθετη στη διάμετρο ΑΒ, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ζ και τη διάμετρο στο σημείο Δ. Επί της ΑΒ θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ=ΟΔ και φέρουμε τη ΜΓ, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

α) $ΜΔ^2 = ΑΔ \cdot ΔΒ$
Μονάδες 6

β) $ΜΓ \cdot ΓΕ = ΜΔ \cdot ΔΖ = R^2 - ΟΔ^2$.
Μονάδες 6

γ) $ΜΓ^2 + ΜΔ^2 = 2(R^2 + ΟΔ^2)$
Μονάδες 5

δ) $\frac{ΜΓ}{ΓΕ} + \frac{ΜΔ}{ΔΖ} = 2 \frac{R^2 + ΟΔ^2}{R^2 - ΟΔ^2}$
Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας μόνο στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μετά την 10.30΄ πρωινή.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**