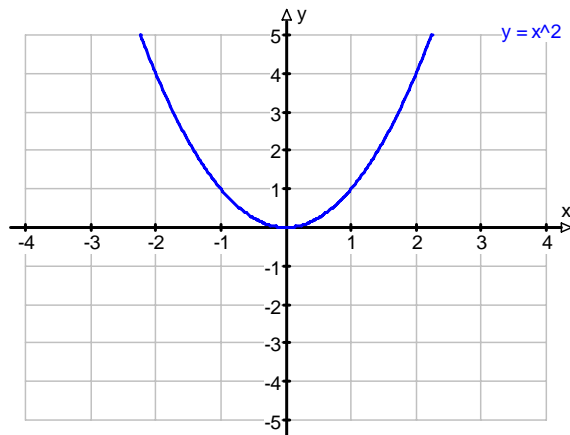


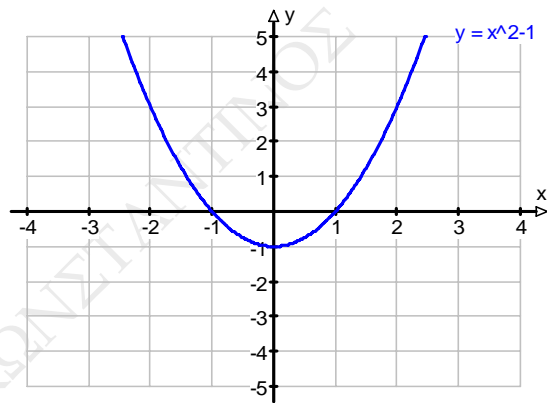
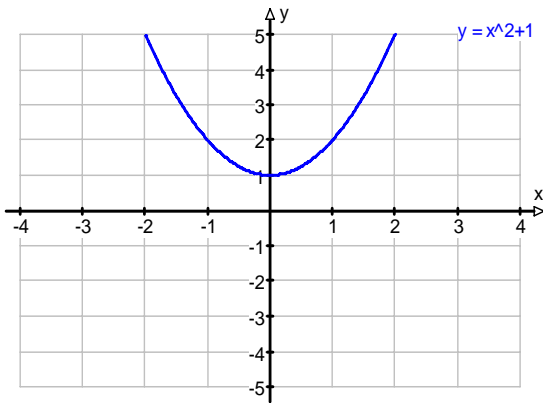
## ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΙΣ

### 1. Κατακόρυφες μετατοπίσεις:

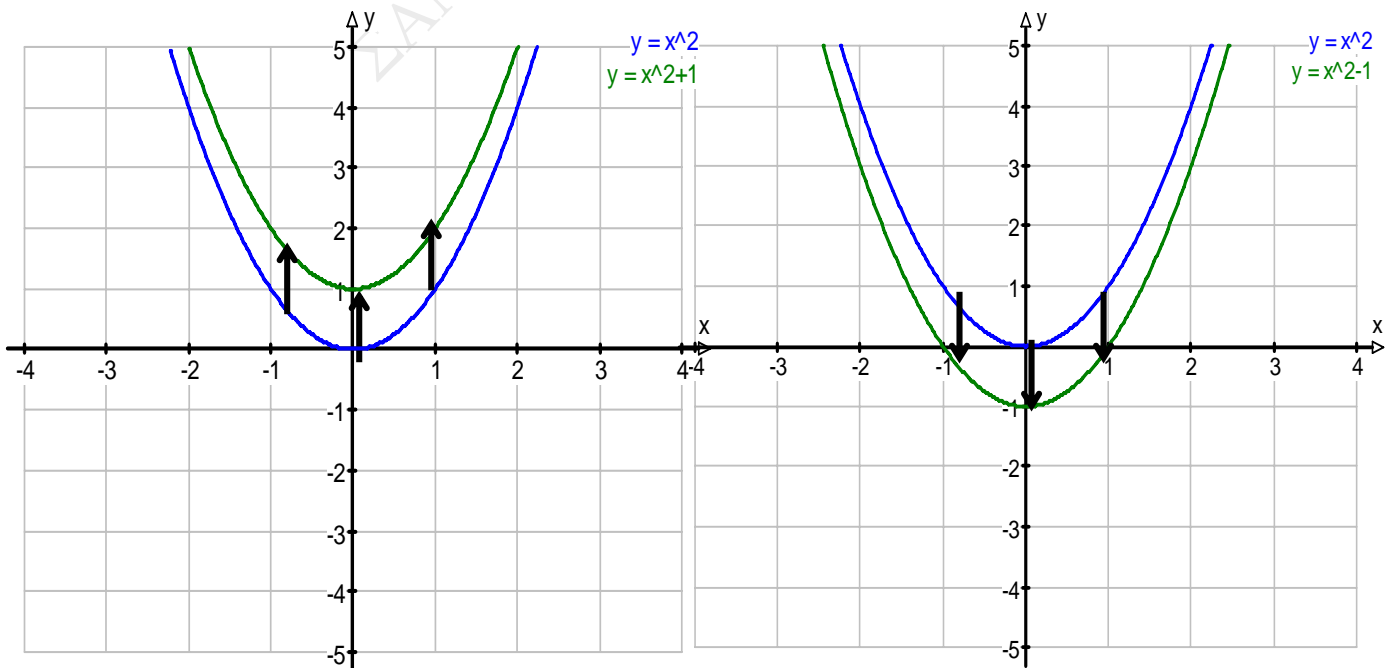
Θεωρούμε την συνάρτηση  $f(x) = x^2$ , της οποίας η γραφική παράσταση είναι:



Κάνουμε, κατά τα γνωστά, τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x) = x^2 + 1$  και  $h(x) = x^2 - 1$ :

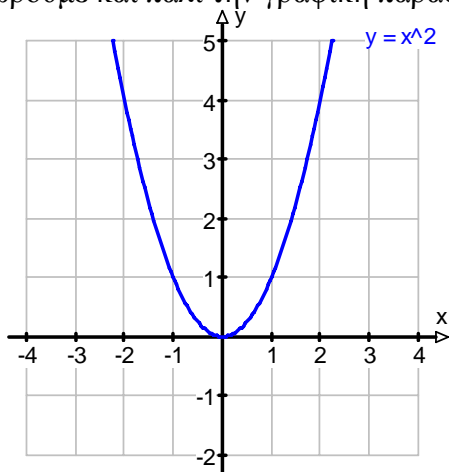


Παρατηρούμε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x) = x^2 + 1$  και  $h(x) = x^2 - 1$  προκύπτουν από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f(x) = x^2$  κατά 1 μονάδα προς τα πάνω και προς τα κάτω αντίστοιχα:

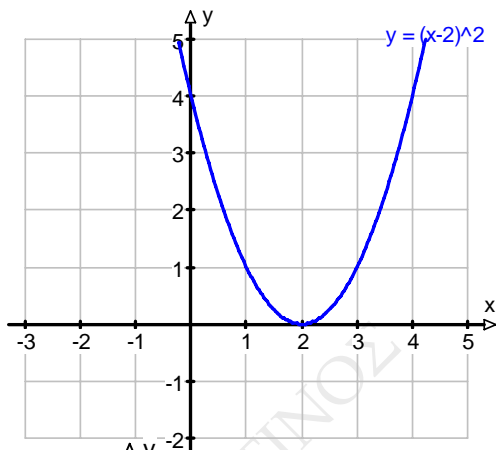


## 2. Οριζόντιες μετατοπίσεις:

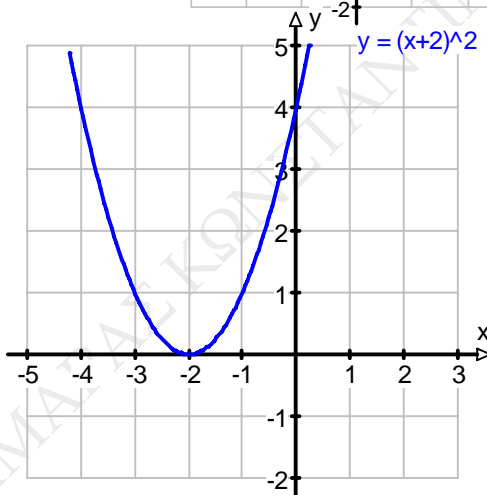
Θεωρούμε και πάλι την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2$ :



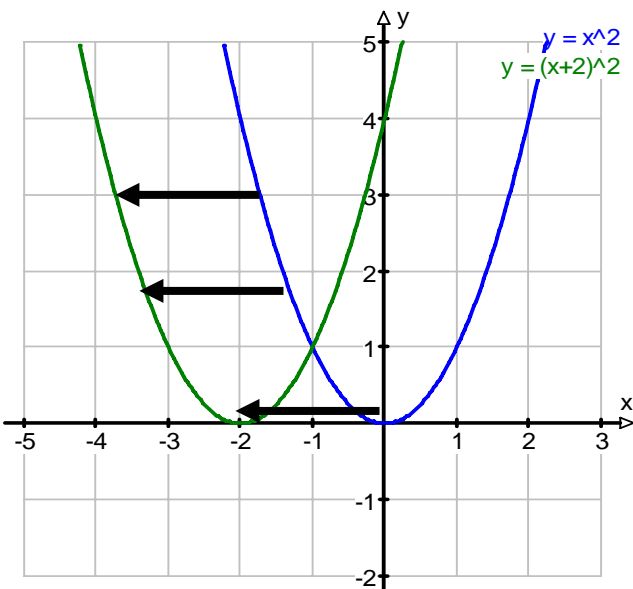
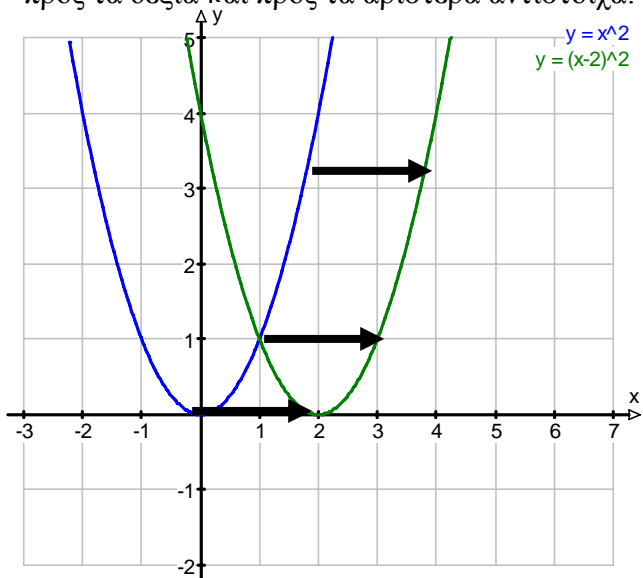
Κάνουμε, κατά τα γνωστά, την γραφική παράσταση της  $g(x) = (x-2)^2$ :



και την γραφική παράσταση της  $h(x) = (x+2)^2$ :

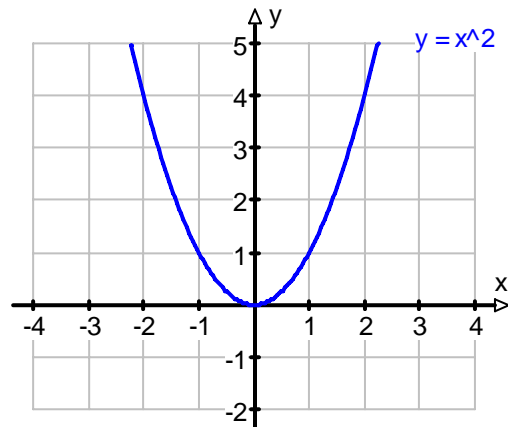


Παρατηρούμε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $g(x) = (x-2)^2$  και  $h(x) = (x+2)^2$  προκύπτουν από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f(x) = x^2$  κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και προς τα αριστερά αντίστοιχα:

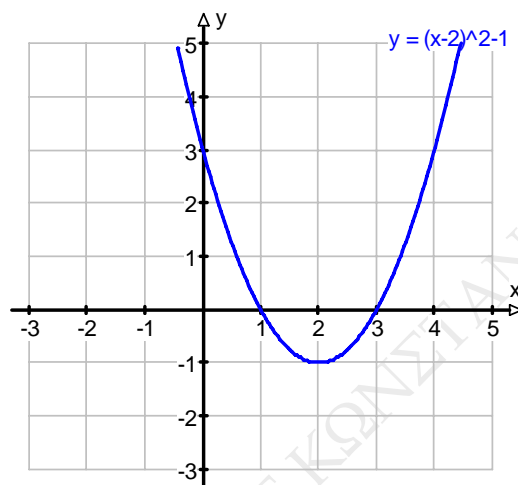


### 3. Οριζόντια και κατακόρυφη μετατόπιση

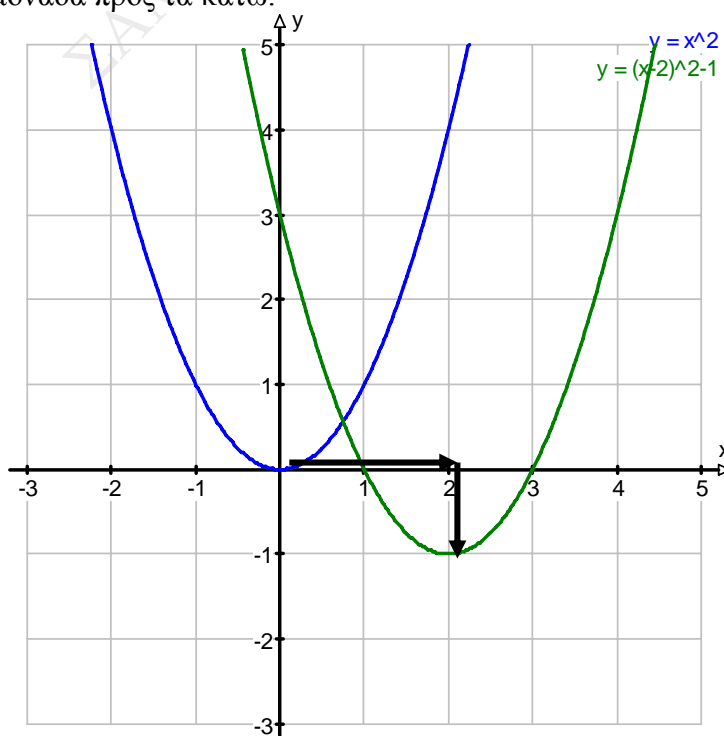
Θεωρούμε και πάλι την συνάρτηση  $f(x) = x^2$  και την γραφική παράσταση αυτής:



Κάνοντας την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = (x-2)^2 - 1$ , έχουμε:



Παρατηρούμε ότι η γραφική παράσταση της  $g(x) = (x-2)^2 - 1$  προκύπτει από δυο μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της  $f(x) = x^2$ , μιας οριζόντιας κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και μιας κατακόρυφης κατά 1 μονάδα προς τα κάτω.



Έστω τώρα η συνάρτηση  $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$ , η οποία μετασχηματίζεται ως εξής:

$$f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma = a \left( x^2 + \frac{\beta}{a}x + \frac{\gamma}{a} \right) = \begin{matrix} \text{(Μέθοδος} \\ \text{συμπλήρωσης} \\ \text{τετραγώνου)} \end{matrix}$$

$$= a \left[ \underbrace{x^2 + 2 \frac{\beta}{2a}x + \left( \frac{\beta}{2a} \right)^2}_{\left( x + \frac{\beta}{2a} \right)^2} - \left( \frac{\beta}{2a} \right)^2 + \frac{\gamma}{a} \right] =$$

$$= a \left[ \left( x + \frac{\beta}{2a} \right)^2 - \frac{\beta^2 - 4a\gamma}{4a^2} \right] = a \left( x + \frac{\beta}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a}.$$

Επομένως, η γραφική παράσταση της  $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$  είναι η παραβολή  $y = ax^2$  μετατοπισμένη οριζόντια κατά  $\frac{\beta}{2a}$  και κατακόρυφα κατά  $\frac{\Delta}{4a}$  μονάδες.

Έτσι, για παράδειγμα, η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$  αφού πρώτα γραφτεί  $f(x) = 2x^2 - 8x + 7 = 2(x - 2)^2 - 1$  είναι μια οριζόντια μετατόπιση της  $g(x) = 2x^2$  κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά και μια κατακόρυφη μετατόπιση κατά 1 μονάδα προς τα κάτω, δηλαδή:

