

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

1. Να εξετάσετε για ποιες τιμές του λ το παρακάτω σύστημα

$$\begin{cases} (2\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y = 2\lambda + 2 \\ \lambda x + 2y = \lambda + 2 \end{cases}, \text{ έχει:}$$

- Μοναδική λύση
- Μοναδική λύση (x_0, y_0) που ικανοποιεί τη σχέση $2x_0 = 3y_0$
- Καμία λύση
- Άπειρες σε πλήθος λύσεις

2. Να εξετάσετε για ποιες τιμές των κ, λ τα παρακάτω συστήματα είναι συγχρόνως αδύνατα

$$\begin{cases} \lambda x + \mu y = 1 \\ 2x + 3y = -2 \end{cases} (\Sigma_1) \text{ και } \begin{cases} (2\lambda - 1)x + (\mu - 4)y = 4 \\ 6x - 2y = 5 \end{cases} (\Sigma_2)$$

3. ι) Να εξετάσετε για ποιες τιμές των κ, λ τα παρακάτω συστήματα έχουν συγχρόνως άπειρες σε πλήθος λύσεις

$$\begin{cases} \kappa x + (\lambda + 1)y = 3 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases} (\Sigma_1) \text{ και } \begin{cases} \kappa x + 9y = 3 \\ \lambda x + 3y = 1 \end{cases} (\Sigma_2)$$

ιι) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των Σ_1 και Σ_2 για τις τιμές των κ, λ που βρήκατε

4. Να δείξετε ότι το σύστημα

$$\begin{cases} x + \lambda y = 3 \\ (\lambda + 2)x - 3y = 2\lambda + 3 \end{cases}$$

- Έχει μοναδική λύση (x_0, y_0) , για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
- Να βρεθεί αυτή η λύση αν $x_0 + 3y_0 = 7$